

SP 04/92

NT 141/92

Velocidade Média: Considerações sobre seu Cálculo

Engº Luiz Henrique Piovesan

1. Introdução

Apesar de velocidade ser um conceito claro para os profissionais de tráfego, há uma certa confusão quando se calcula a média de várias velocidades. Uma diferença sutil existe entre duas formas possíveis de ser calculada a média das velocidades que, se forem utilizadas sem muito critério ou sem o conhecimento destas diferenças, podem levar a distorções em alguns resultados. Mais adiante, no item 4, tem-se um exemplo onde isto ocorre de maneira grosseira. Esta Nota Técnica tem como objetivo descrever as diferentes formas de se calcular a velocidade média e, apesar de opinar sobre qual situação cada forma pode se adequar melhor, não pretende ser a última palavra, mas indicar a necessidade de uniformização dos procedimentos dentro e fora da CET. É bom ficar claro que a velocidade média tem grande importância na avaliação, na operação, em projetos e no planejamento, pois é um parâmetro que pode indicar a eficiência do tráfego e é de fácil obtenção no campo.

Em geral, a velocidade de um veículo é obtida através da diferença de tempo entre a passagem por dois pontos distintos na trajetória deste veículo dividida pela distância entre estes dois pontos. Mesmo quando dita pontual, a velocidade é medida em uma distância muito pequena; em termos de tráfego urbano, pode-se adotar algo em torno de 50m. Alguns equipamentos mais avançados, como RET (Registrador de Eventos de Tráfego) e como alguns radares e sensores, também usam este princípio. Outras maneiras de se medir a velocidade existem, porém o princípio colocado acima ainda é a base, mesmo subentendido, para a medida de velocidade. Pode-se afirmar até que este princípio é intuitivo.

2. Velocidade Média Aritmética ou Temporal

A primeira forma de se calcular a velocidade média, utilizando-se da soma das velocidades de cada medida dividida pelo n de medidas, pode ser expressa pela fórmula 1.

$$\overline{V}_t = \frac{\sum V_i}{n} \quad (1)$$

Esta fórmula é conhecida como média aritmética ou simplesmente média, a mesma utilizada por toda a Estatística Indutiva na realização de diversos testes e de várias estimativas. O desvio padrão é calculado pela fórmula 2, abaixo:

$$S_v = \sqrt{\frac{\sum (V_i - \overline{V}_t)^2}{n - 1}} \quad (2)$$

Na literatura e transportes, esta forma de calcular a média das velocidades é conhecida também como velocidade média temporal.

3. Velocidade Média Harmônica ou Espacial

Na segunda forma de calcular, utiliza-se a médias dos tempos obtidos. A distância é dividida por esta média para se obter a velocidade média. Pode-se escrever a seguinte expressão:

$$\overline{V}_s = \frac{d}{\sum t_i / n} \quad (3)$$

Utilizando-se de propriedades das somas e dos produtos.

$$\overline{V}_s = \frac{d \cdot n}{\sum t_i} = \frac{n}{\sum t_i / d} = \frac{n}{\sum (t_i / d)}$$

Lembrando que:

$$V_i = \frac{d}{t_i}$$

$$\overline{V}_s = \frac{n}{\sum (1 / V_i)} \quad (4)$$

A expressão 4 é a fórmula da média harmônica, ou seja, dos inversos dos valores das velocidades. À primeira vista pode parecer estranho utilizar-se da expressão 4, porém, se for lembrada a forma de cálculo da velocidade média V de um trecho com distância d , formado por dois subtrechos com velocidade V_1 e V_2 e distâncias $d_1 = d_2$, chegamos a esta fórmula. Seja:

$$t_1 = \frac{d_1}{V_1} \quad \text{e} \quad t_2 = \frac{d_2}{V_2}$$

O tempo total será: $t = t_1 + t_2$

Da definição de velocidade: $t = \frac{d}{V}$

$$\text{Logo: } \frac{d}{V} = \frac{d_1}{V_1} + \frac{d_2}{V_2} = \frac{d}{2} \cdot \left[\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right]$$

$$V = \frac{2}{(1/V_1 + 1/V_2)} \quad (5)$$

A expressão 5 é a fórmula da média harmônica para uma amostra com dois elementos! Este mesmo raciocínio vale para o número maior de intervalos.

Sugere-se, onde haja a necessidade de cálculos de desvios padrões e de testes estatísticos, realizá-los para o tempo de percurso e, caso se queira, pode-se tomar o inverso dos valores para transformá-los em velocidade.

4. Exemplo Comparativo de Cálculo

Antes de ser continuada esta nota, é bom exemplificar as duas formas de cálculo da média, para ilustrar distorções que podem ocorrer. Para isso, escolha-se uma amostra de 5 velocidades em km/h, sendo 10, 10, 10, 10 e 40.

O cálculo da velocidade média aritmética fica:

$$\overline{V}_t = \frac{\sum V_i}{n} = \frac{10+10+10+10+40}{5} = \frac{n}{5}$$

$$\overline{V}_t = 20,0\text{km/h}$$

e o cálculo da velocidade média harmônica fica:

$$\overline{V}_s = \frac{5}{1/10+1/10+1/10+1/10+1/40} = \frac{5}{(4+4+4+4+1)} = \frac{5 \times 40}{17}$$

$$\overline{V}_s = 11,8\text{km/h}$$

Como se vê pelos resultados, a velocidade média harmônica é diferente da velocidade média aritmética. Se o leitor se preocupar em calcular outros exemplos, notará que a diferença entre as duas médias aumenta, com o aumento do desvio padrão dos resultados obtidos. Existem expressões que correlacionam as duas formas de calcular e podem ser encontradas em GERLOUGH & HUBER (1975)² e em HUBER (1982)³ e que provam matematicamente este aumento.

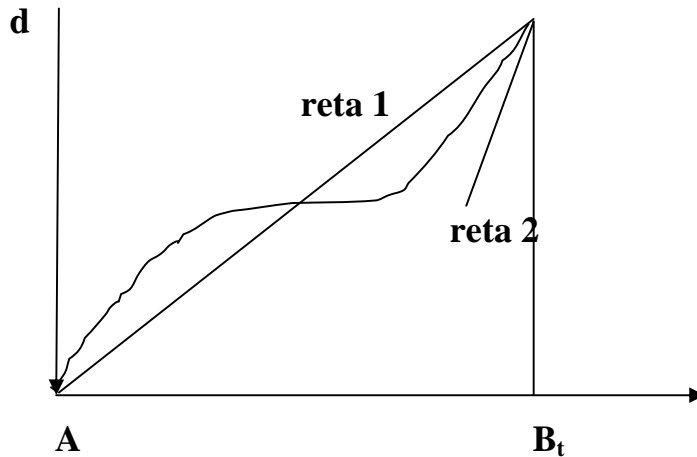
Pela diferença nos resultados obtidos neste exemplo, ou seja, um valor se aproxima do outro valor, o uso indiscriminado de uma ou de outra expressão pode indicar diferenças grandes onde, em realidade, não existem, ou vice-versa. Porém, qual é a melhor forma de se calcular?

5. Utilização de cada um dos tipos de Média de Velocidade

As pesquisas de campo para medida da velocidade podem apresentar duas formas principais. A primeira é a velocidade pontual, ou seja, mede-se a velocidade do veículo em um trecho tão pequeno onde se pode supor não variar a velocidade. A segunda, a velocidade em rota, toma-se um trecho de qualquer comprimento, de acordo com as características da via, e leva em conta eventuais paradas e retardamentos. Em um gráfico espaço-tempo ilustra-se a diferença entre as duas velocidades (Gráfico 1). A reta 1 indica a velocidade pontual no ponto B, ou seja, a tangente da

curva, e a reta 2 indica a velocidade do trecho A – B. Note que elas podem apresentar valores muito diferentes.

Gráfico 1 – velocidade Pontual e Velocidade de um Trecho



Em geral, as velocidades em rota são utilizadas para avaliação e projetos relacionados com a fluidez do tráfego, pois indicam o comportamento de todo um trecho. Por outro lado, as velocidades pontuais são mais comumente aplicadas na avaliação de dispositivos de segurança, indicando como o dispositivo alterou o comportamento dos motoristas. A velocidade pontual raramente é utilizada na avaliação dos parâmetros de fluidez e, quando isto ocorre, subentende-se uma expansão de velocidade de um ponto para todo o trecho, principalmente para a aplicação das teorias de fluxo de tráfego. Não é possível utilizar, porém, a velocidade em rota para avaliar segurança.

É sugestão do autor que, quando da utilização de velocidades pontuais, principalmente se estas têm como objetivo a avaliação de medidas de segurança, seja utilizada a velocidade média aritmética. Isto se dá por ser a velocidade a grandeza de interesse do problema; ou seja, a pesquisa, busca avaliar alterações no comportamento dos motoristas indicadas pela velocidade em um determinado ponto de interesse.

Porém, para avaliar a velocidade em rota, e mesmo a velocidade pontual utilizada para avaliar a fluidez, sugere-se utilizar a média harmônica. O Boletim Técnico da CET nº 5 (1977)⁴ afirma que “um dos fatores mais importantes para o motorista, na escolha do percurso para realização da viagem, é o tempo”, e ainda, que investimentos em fluidez sejam avaliados pela “economia de tempo conseguida através de aumento de velocidade”. Desta forma, vemos que a variável de interesse não é a velocidade, mas sim o tempo de percurso de um determinado trecho.

Se, como foi visto, há um interesse em se conhecer o tempo de viagem, não há razão para ser tomado o inverso do tempo, que é proporcional à velocidade, e calcular a média sobre este valor. É mais natural calcular a média dos tempos gastos em um certo número de viagens, e dividindo a distância por este valor, obter a velocidade média do trecho; em valores exatos, a relação de definição da velocidade, que é.

$$V = \frac{d}{t} \quad (6)$$

Em resumo:

- a. Para avaliações de segurança, em geral realizadas por velocidades pontuais, sugere-se o uso da média aritmética.

- b. Para avaliações de fluidez, em geral realizadas por velocidades de rotas, sugere-se a utilização de médias harmônicas.

6. Comentários Finais

Qualquer comparação estatística de dados de amostras diferentes necessita que os dados destas amostras sejam tratados de forma igual; assim, uma normalização é necessária, ou seja, deve-se sempre ter uma só regra para o cálculo de parâmetros de amostras e estas regras devem ser de conhecimento geral.

Ouro ponto a ser observado é a indicação, em um estudo, de outros valores além da média da amostra. Sugere-se indicar, pelo menos, o número de elementos e o desvio padrão da amostra; outras informações, como a moda, a mediana, a amplitude, a distribuição de frequências e algumas mais podem ser de valor em algum estudo comparativo, englobando estudos na própria CET ou mesmo em outras instituições. O mais importante, no entanto, é indicar claramente e de maneira simples a forma que os cálculos foram executados, através de fórmulas matemáticas, mesmo que sejam supostamente conhecidos os procedimentos.

Finalmente, ressalta-se o fato de que o assunto em questão é ainda controverso; mesmo assim, há a possibilidade de se adotar um só procedimento normalizado, que pode ser indicado por este trabalho ou não.

SÍMBOLOS

V = Velocidade

V_t = Velocidade média aritmética (temporal)

V_s = Velocidade média harmônica (espacial)

n = Número de elementos da amostra

Σ = Somatório

t = Tempo

d = Distância

Referências Bibliográficas

1. COSTA NETO, P. L. O. – *Estatística*. São Paulo: Edgard Blücher, 1977.
2. GERLOUGH, D. L. , HUBER, M.J.. *Traffic flow theory: a monograph*. Washington DC: National Research Council. *Transportation Research Board*, 1985. (*Special Report*, 1965)
3. HEBER, M.J. *Traffic flow theory*. In: Institute of Traffic Engineering Handbook. 2 ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1982
4. FILIZOLLA, E.P. ET alii. *Nocões básicas de engenharia de tráfego*. São Paulo: Companhia de Engenharia de Tráfego, 1977 (Boletim Técnico, 5)

Engº Luis Henrique Piovesan
Analista de Transporte e Tráfego Jr.
Gerência de Normalização e Apoio (GNA)